DIPARTIMENTO di INGEGNERIA CIVILE e AMBIENTALE

Corso di Laurea Ing.Civile

Appello di GEOMETRIA del 01.02.2017

---

1. Si consideri la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ costituita dai vettori

$$v_1 = (0,0,1),\ v_2 = (0,1,-1),\ v_3 = (1,1,1).$$

Sia $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(0,0,1) = (2,3,5),\ L(0,1,-1) = (1,0,0),\ L(1,1,1) = (0,1,-1).$$

Si determinino le matrici $M_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}(L)$ e $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(L)$, essendo $\mathcal{C}$ la base canonica.

Per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ si ha:

$$(*) \qquad (x,y,z) = (-2x+y+z)v_1 + (y-x)v_2 + xv_3,$$

pertanto

$$L(x,y,z) = (-2x+y+z)(2,3,5) + (y-x)(1,0,0) + x(0,1,-1) =$$

$$= (-5x+3y+2z, -5x+5y+3z, -11x+5y+5z).$$

Dalla $(*)$ si ricava che

- $L(v_1) = (2,3,5) = 4v_1 + 1v_2 + 2v_3$,
- $L(v_2) = (1,0,0) = -2v_1 - 1v_2 + 1v_3$,
- $L(v_3) = (0,1,-1) = 0v_1 + 1v_2 + 0v_3$,

quindi

$$M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(L) = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad .$$

Analogamente per l'altra matrice richiesta.

2. Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} 3(k-2)x + 3y + kz = -k \\ x - 2y - 2z = k - 1 \\ x + (k-2)y + (k-2)z = -1 \end{cases}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

La matrice dei coefficienti del sistema ha determinante nullo per $k = 0$ e $k = 3$, allora per tutti i valori reali di k diversi da questi il sistema è di Cramer ed ammette un'unica soluzione che si calcola nel modo consueto. Si devono poi studiare i due casi $k = 0$ e $k = 3$.

3. Determinare la conica non degenere tangente all'asse y nel punto $A(0,1)$, tangente alla retta $x - 2y = 0$ in $B(2,1)$ ed infine tangente alla retta $3x - y - 1 = 0$.

Si costruisce il fascio di coniche bitangenti all'asse y nel punto A ed alla retta $x - 2y = 0$ in B. Tale fascio ha equazione

$$x(x-2y) + k(y-1)^2 = 0.$$

Intersecando con la retta di equazione $3x - y - 1 = 0$ ed imponendo che i due punti di intersezione coincidano si ottengono due valori per il parametro e quindi le equazioni di due coniche...