

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE  
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 1.09.2010

---

1. Sia  $L : \mathcal{M}(\mathbb{R})_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$L \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = (x - y + t, x + z + t, y + z).$$

Determinare la matrice di  $L$  rispetto a basi scelte per  $\mathcal{M}(\mathbb{R})_{2 \times 2}$  ed  $\mathbb{R}^3$ . Determinare inoltre il nucleo e l'immagine di  $L$ .

2. Studiare la curva algebrica di equazione

$$x^3 - 2x^2y + xy^2 + 2xy - 5x^2 + y^2 + 4x - 4y + 2 = 0,$$

nel punto  $P(1, 1)$  e nei suoi punti impropri.

3. Determinare e classificare la conica bitangente alla conica di equazione

$$x^2 + 3y^2 - 2xy - 2x = 0$$

nei punti  $O(0, 0)$  e  $P(1, 1)$  e passante per  $Q(-1, 1)$ :

4. Determinare la mediana della striscia di piano compresa tra le due rette

$$r : \begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ y - 2z - 3 = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x - z - 5 = 0 \\ y = 2z + 1 \end{cases}.$$