

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE  
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA  
DEL 01.09.2011

---

**1.** Detta  $\mathcal{C} = \{e_1, e_2, e_3\}$  la base canonica di  $\mathbb{R}^3$ , sia  $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$L(e_1 + e_2) = L(e_1 - e_3) = L(e_2 + 2e_3) = e_1 - 2e_2 + e_3.$$

Determinare il nucleo e l'immagine di  $L$ .

**2.** Tra le coniche tangenti alla circonferenza  $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 3x - 2y + 3 = 0$  nel punto  $P(1, 1)$ , ed alla retta  $r : 2x - y + 2 = 0$  nel suo punto improprio, determinare le eventuali parabole passanti per l'origine.

**3.** Siano  $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $\mathcal{B}' = \{w_1, w_2, w_3\}$  basi di uno spazio vettoriale reale  $V$ . Se

$$w_1 = v_1 + 2v_2 + v_3, \quad w_2 = v_1 + 7v_2 + 4v_3, \quad w_3 = -v_1 + v_2 + v_3,$$

determinare la matrice del cambiamento di base da  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{B}'$  in  $V$ . Se poi  $v \in V$  è tale che  $v_{\mathcal{B}} = (3, 2, 1)$ , calcolare  $v_{\mathcal{B}'}$ .

**4.** Determinare il versore della retta passante per il punto  $P(1, 0, 2)$ , parallela al piano  $\pi : x = 2$  e al piano  $\sigma : x - y + z + 5 = 0$ , orientata nel verso dell' $y$  decrescenti.