

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 02.07.2012

1. Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(x, y, z) = (x + y + 3z, x + 2y + 5z, -x - 3y - 7z).$$

Determinare:

- il nucleo di $L^2 = L \circ L$,
- per ogni $k \in \mathbb{R}$ fissato, i vettori di \mathbb{R}^3 tali che $L^2(x, y, z) = (1, 1, k)$.

2. Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} 2(k+1)x + 3y + kz = k+4 \\ (4k-1)x + (k+1)y + (2k-1)z = 2k+2 \\ (5k-4)x + (k+1)y + (3k-4)z = k-1 \end{cases}$$

essendo k un parametro reale.

3. Determinare se esistono rette parallele al piano $\sigma : x = y$ incidenti le rette

$$r : \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 2, \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 2 \\ y = -z \end{cases}$$

e formanti un angolo di $\frac{\pi}{4}$ radianti con la retta

$$t : \begin{cases} x = z \\ y = 2. \end{cases}$$

4. Determinare eventuali iperboli equilateri tangenti nell'origine alla retta $r : x - y = 0$ e passanti per i punti $Q(0, -1)$, $R(-1, 0)$.
