Dipartimento di Ingegneria Civile - Ambientale
Corso di Laurea Ing. Civile
Appello di GEOMETRIA del 06.07.2018 -

---

1. Discutere ed eventualmente risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 3x + z = 1 \\ 3x - 5z = 0 \\ 2kx - 2z = 1 \end{cases},$$

al variare del parametro reale k.

La matrice completa del sistema ha determinante che vale $2(5k - 12)$. Pertanto, in base al teorema di Rouche-Capelli, il sistema non è risolubile per qualunque valore reale di $k \neq \frac{12}{5}$. Nel caso $k = \frac{12}{5}$ si la matrice dei coefficienti che la matrice completa hanno rango 3. Si può risolvere il sistema riducendolo al sistema di Cramer

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 3x + z = 1 \\ 3x - 5z = 0 \end{cases}$$

2. Determinare, se esiste, la parabola tangente nell'origine alla retta $r : x - 2y = 0$, passante per il punto $P(2, 3)$ e per il punto improprio della retta $s : y - 4x + 5 = 0$.

Poichè la parabola cercata contiene il punto improprio $s_\infty(1, 4, 0)$, allora essa è tangente alla retta impropria in tale punto. Si può costruire il fascio di parabole bitngenti ad r nell'origine ed alla retta impropria in s_∞ ...

3. Dopo aver provato che la retta

$$r : \begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases},$$

è sghemba con la retta impropria del piano $\pi : z - 2y = 0$, determinare la retta per il punto $P(1, 0, 3)$ incidente entrambe.

La retta impropria s_∞ del piano $\pi : z - 2y = 0$ ha equazioni

$$\begin{cases} 2Y - Z = 0 \\ T = 0 \end{cases} .$$

La verifica che le due rette sono sghembe è immediata. La retta cercata si può ottenere intersecando il piano per r e per P con il piano per s_∞ e per P.
...