

FACOLTÀ di INGEGNERIA
Corso di Laurea Ing. Civile
Prova Scritta di GEOMETRIA del 07.06.2010

1. Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(x, y, z) = (x + y + 3z, x + 2y + 5z, -x - 3y - 7z).$$

Determinare l'applicazione lineare $L^2 = L \circ L$ ed il suo nucleo.

2. In \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi:

$$U = \{(x, y, z) \mid 2y + z = 0\} \quad \text{e} \quad W = \langle (1, 2, 3), (1, 1, -1), (3, 4, 1) \rangle.$$

Determinare la dimensione di $U \cap W$ ed una sua base.

3. Riconoscere che la conica di equazione

$$3x^2 + 2y^2 - 7xy + 7x - 4y + 2 = 0$$

è degenera e determinarne le componenti.

4. Determinare, se esistono, valori del parametro reale k e vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} tali che:

- \mathbf{u} è ortogonale al piano $\pi : 2x - y + z + 8 = 0$

- \mathbf{v} è parallelo alla retta r di equazione

$$\begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y - z + 11 = 0 \end{cases}$$

- $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (2k + 1, k + 2, 0)$.