

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA
DEL 11.07.2011

1. Considerata l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$L(x, y, z) = (2x - ky + z, y - kz, kx + y - z), \quad k \in \mathbb{R},$$

determinare i valori di k per cui:

- a) L è un isomorfismo (nel caso fornire l'inversa L^{-1}),
- b) $\dim(\text{Ker}L) = 1$,
- c) $\dim(\text{Ker}L) = 2$.

2. Dopo aver verificato che le rette

$$r) \quad \begin{cases} x = 2z \\ y = 2z \end{cases} \quad s) \quad \begin{cases} x + 2y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

sono sghembe, determinare la loro minima distanza.

3. Determinare le equazioni del cambiamento di riferimento da R ad R' , sapendo che i due sistemi sono equiversi, che la retta di equazione $\sqrt{2}y + 3 = 0$ in R ha in R' equazione $x' + y' = 0$ e che l'origine di R ha coordinate $(1, 2)$ in R' .

4. Dati i punti $A(\alpha, \beta, \gamma), B(3, -1, 2), C(2, 3, 1), D(0, 1, -2)$, determinare $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ in modo tale che essi siano ordinatamente i vertici di unparallelogramma.