FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 14.01.2011

---

1. Siano $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare rappresentata sulle basi canoniche dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

e $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definita da $T(x,y,z) = (x-y, x-z, y-z, y-x)$. Determinare il nucleo e l'immagine dell'applicazione $T \circ L$.

2. Considerata l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$L(x,y,z) = (x + 2y - \alpha z, \alpha y - 2z, x - y + (\alpha - 1)z),$$

determinare se esistono valori del parametro reale α per cui l'applicazione è invertibile e, nel caso, trovare l'inversa.

3. Determinare l'iperbole equilatera che ammette come asintoto la retta di equazione

$$4x - 2y + 1 = 0,$$

che passa per l'origine e per il punto $P(1, -1)$.

4. Considerate le due rette

$$r : \begin{cases} x - 2z = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}, \qquad s : \begin{cases} x = -1 \\ z = 0 \end{cases},$$

determinare se esistono punti $R \in r$, $S \in s$ in modo tale che la retta che li congiunge sia parallela alla retta di equazioni

$$\begin{cases} x = 2z - 5 \\ y = -z - 4 \end{cases}.$$