FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING.CIVILE

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA DEL 14.06.2012

---

1. Siano $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(x, y, z) = (x + y - 2z, y - 2x, 2y - z)$$

e $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$ ed alla base $\{(1, -1), (1, 2)\}$ di $\mathbb{R}^2$. Determinare l'immagine ed il nucleo di $T \circ L$.

2. Studiare la curva algebrica di equazione

$$y^3 + xy^2 - 2x + 3y - 4 = 0$$

nei suoi punti impropri.

3. Discutere ed eventualmente risolvere il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 2k^2 t = 1 \\ 4x + y - k^3 t = 1 \\ -3x + y - 2z = k \end{cases}$$

al variare del parametro reale $k \in \mathbb{R}$.

4. Determinare le equazioni del cambiamento di riferimento cartesiano ortogonale da $R(O, x, y, z)$ ad $R'(O', x', y', z')$, sapendo che gli assi x', y' sono, rispettivamente, le rette di equazione

$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}, \qquad \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

orientate nel verso delle x crescenti ed inoltre che i due sistemi sono contraversi.