.aux .aux .aux

Dipartimento di Ingegneria Civile-Ambientale
Corso di Laurea Ing. Civile
Appello di GEOMETRIA del 15.06.2018 -

---

1. Considerata l'applicazione lineare

$$L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ L(x, y, z) = (2kx + y, y + kz, x + z),$$

Determinare i valori del parametro reale k per cui l'applicazione risulta invertibile. Nel caso, determinarne l'inversa.

La matrice dell'applicazione sulla base canonica è

$$\begin{pmatrix} 2k & 1 & 0 \\ 0 & 1 & k \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

il cui determinante vale $3k$. Allora L è invertibile per tutti i valori di $k \neq 0$. Per trovare l'inversa in questi casi basta risolvere il sistema di Cramer

$$\begin{cases} 2ka + b = x \\ b + kc = y \\ a + c = z \end{cases}.$$

2. Determinare vettori geometrici $\mathbf{u}, \mathbf{v}$, il primo ortogonale al piano $\mathbf{yz}$, il secondo ortogonale alla retta

$$r : \begin{cases} x - 2z = 1 \\ x - y = 0 \end{cases},$$

tali che $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (2, -1, 3)$.

Il piano $\mathbf{yz}$ ha equazione $x = 0$ e parametri di giacitura $(1, 0, 0)$. Un vettore $\mathbf{u}$ ortogonale a tale piano è del tipo $\mathbf{u} = (a, 0, 0)$. I parametri direttori della retta r sono $(2,2,1)$. Allora un vettore $\mathbf{v}=(b,c,d)$ ortogonale ad r deve essere tale che

$$2b+2c+d=0.$$

Segue $\mathbf{v}=(b,c,-2b-2c)$. La richiesta $\mathbf{u}+\mathbf{v}=(2,-1,3)$ porta al sistema

$$\begin{cases} a+b=2 \\ c=-1 \\ -2b-2c=3 \end{cases},$$

da cui $\mathbf{u}=(\frac{5}{2},0,0)$ e $\mathbf{u}=(-\frac{1}{2},-1,3)$

3. Considerata la curva algebrica $\mathcal{C}$ di equazione

$$x^3-2x^2y-xy^2+2y^3+2xy+x-y=0$$

studiarla nei suoi punti impropri e nell'origine.

I punti impropri della curva sono quelli delle rette di equazione complessiva

$$x^3-2x^2y-xy^2+2y^3=x^2(x-2y)-y^2(x-2y)=(x-2y)(x+y)(x-y)=0,$$

pertanto $P_\infty(2,1,0)$, $Q_\infty(1,-1,0)$, $R_\infty(1,1,0)$. Sono tutti semplici, compresa l'origine...