

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE
PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA
DEL 16.09.2011

1. Per ogni $k \in \mathbb{R}$, sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$L(1, 2, 1) = (1, k^2, -1), \quad L(0, -1, 2) = (1, -1, 3k), \quad L(0, 1, 0) = (0, 1, -1).$$

Determinare i valori di k per cui L è un isomorfismo. Nei casi in cui L non è suriettiva, determinarne l'immagine e la dimensione del nucleo.

2. Studiare la curva algebrica di equazione

$$3x^3 - x^2y - 2xy + x - y + 1 = 0$$

nei suoi punti impropri e nel punto $P(0, 1)$.

3. Determinare l'equazione del piano per i punti $A(2, 1, -3)$, $B(1, \frac{1}{2}, 2)$ ed ortogonale al piano di equazione $2x - y + 2z + 1 = 0$.

4. Sia \mathcal{A} l'insieme delle matrici reali della forma

$$A(x, y) = \begin{pmatrix} x & -y \\ 3y & x \end{pmatrix}.$$

Verificare che \mathcal{A} è un sottospazio di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e determinarne una base. Provare che la funzione determinante $D : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ non è lineare.