

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE-AMBIENTALE  
CORSO DI LAUREA ING. CIVILE  
APPELLO DI GEOMETRIA DEL 25.07.2017 -

---

---

1. Si consideri l'applicazione lineare

$$L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad L(x, y, z) = (3kx + z, x + (k - 1)y, 2kz), \quad k \in \mathbb{R}.$$

Determinarne i valori del parametro per cui  $L$  risulta invertibile. Negli altri casi determinarne il nucleo.

---

In questo caso  $L$  è invertibile, ovvero un isomorfismo lineare, esattamente quando il suo nucleo contiene solo il vettore nullo. Questo equivale a dire che il sistema lineare

$$\begin{cases} 3kx + z = 0 \\ x + (k - 1)y = 0 \\ 2kz = 0 \end{cases}$$

è di Cramer. Allora, per ogni  $k \neq 0, 1$  l'applicazione è invertibile.

Se  $k = 0$  oppure  $k = 1$  la matrice del sistema ha rango 2, pertanto  $\dim \text{Ker} L = 1$  e si ha  $\text{Ker} L = \dots$

Se  $k = 1$

2. Determinare la retta per il punto  $P(1, 0, -1)$  incidente e perpendicolare alla retta

$$r : \begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y + z + 3 = 0 \end{cases}.$$

---

Si può ottenere la retta cercata come intersezione del piano per  $r$  e per  $P$  con il piano per  $P$  ortogonale a  $r$ . Oppure si considera la generica retta per  $P$ , di equazione

$$\frac{x - 1}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z + 1}{n}$$

e si usano la condizione di complanarità e quella di ortogonalità con  $r$ .

**3.** Riconoscere che la conica di equazione

$$2x^2 - 6y^2 - xy + x + 5y - 1 = 0$$

è degenera e determinarne le componenti.

---

La matrice della conica ha determinante effettivamente nullo e si ha

$$x^2 - 6y^2 - xy = (x + 2y)(x - 3y).$$

Allora la conica è costituita da due rette del tipo  $x+2y+p = 0$  e  $x-3y+q = 0$ ,  
...

**4.** Determinare il versore della retta

$$r : \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ x + y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

orientato secondo le quote crescenti

---