Dipartimento di Ingegneria Civile-Ambientale
Corso di Laurea Ing. Civile
PSecondo Test di GEOMETRIA del 18.12.2018

# B

---

---

**1.** Determinare le equazioni del cambiamento di referimento cartesiano ortogonale dal sistema $R(O,x,y)$ a $R'(O',x',y')$ e viceversa, sapendo che essi sono contraversi, che l'asse $x'$ è la retta di equazione $2x-y-5=0$, orientata nel verso delle ascisse decrescenti, e che l'asse $y'$ ha equazione $x+2y=0$.

---

Le due rette sono evidentemente ortogonali e si incontrano in $O'(2,-1)$. L'asse $x'$ ha parametri direttori $(1,2)$ pertanto i suoi possibili versori sono

$$i'(\frac{1}{\pm\sqrt{5}},\frac{2}{\pm\sqrt{5}})$$

e poichè il verso è quello delle sacisse decrescenti, si dovrà scegliere il segno meno, quindi

$$i'(-\frac{1}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}}).$$

Analogamente l'asse $y'$ ha parametri direttori $(2,-1)$, quindi

$$j'(\frac{2}{\pm\sqrt{5}},-\frac{1}{\pm\sqrt{5}}).$$

Considerata la matrice del cambiamento di base in $V(\pi)$

$$M_I^{I'}(id)=\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix},$$

si trova che il suo determinante vale 1. Si ricava che dovendo essere i sistemi contraversi, deve essere

$$j'(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}).$$

Allora, le equazioni del cambiamento di riferimento da $R'$ ad $R$ si ottengono come segue

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Trattando quest'ultimo come sistema lineare nelle incognite $x', y'$, si ottengono le equazioni del cambiamento di riferimento da $R$ a $R'$...

**2.** Determinare equazioni cartesiane e parametriche della la retta per il punto $P(-1, 2, 3)$, parallela al piano $\pi : 3x - 2y + 7z - 1 = 0$ ed incidente l'asse $z$.

---

La retta cercata si può ottenere come intersezione del piano parallelo a $\pi$ per $P$ e del piano di asse l'asse $z$ per $P$...

**3.** Studiare la curva

$$\mathcal{C} : xy^2 + y^3 - x + 2y + 1 = 0$$

nel punto $P(0, 1)$ e nei suoi punti impropri.

---

La curva data ha tre punti impropri, quelli delle rette per l'origine di equazione complessiva

$$xy^2 + y^3 = y^2(x + y) = 0.$$

Essi sono quindi il punto improprio dell'asse $x$, cioè $X_\infty(1, 0, 0)$, contato due volte, ed il punto improprio $P_\infty(1, -1, 0)$ della retta $x + y = 0$.
La generica retta per $X_\infty(1, 0, 0)$ ha equazione $y = k$ ed intersecandola con $\mathcal{C}$ si ottiene la relazione

$$(k^2 - 1)x + k^3 + 2k + 1 = 0.$$

Allora è chiaro che $X_\infty(1, 0, 0)$ è un punto doppio con tangenti principali la cui equazione si ottiene per i valori di $k$ tali che $k^2 - 1 = 0$...

La generica retta per $P_\infty(1,0,0)$ ha equazione $x = y + k$. Intersecandola con $\mathcal{C}$ si ottiene la relazione

$$(y+k)y^2 + y^3 - (y+k) + 2y + 1 =$$

$$= 2y^3 + \cdots = 0.$$

Per determinare l'asintoto in $P_\infty(1,0,0)$ e per studiare il punto $P(0,1)$ si usano le dervate parziali ...