copia.aux copia.aux copia.aux

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA 2 / MATEMATICA DISCRETA - 08.07.2019 -

- CORSO DI LAUREA INGEGNERIA INFORMATICA ED ELETTRONICA -

---

1. Studiare la diagonalizzabilità della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

La matrice è diagonalizzabile poichè ha tre autovalori distinti : $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \sqrt{3}, \lambda_3 = -\sqrt{3},$. Gli autospazi corrispondenti sono:

$$V_1 =< (1,0,0) >,\ V_2 =< (-1,1,\sqrt{3}-1) >,\ V_3 =< (-1,1,-\sqrt{3}-1) > .$$

...

2. Considerata la permutazione di S_8

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 7 & 4 & 1 & 2 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

si determini il sottogruppo $H =< \tau >$ e si provi che esso non è normale in S_8.

Poichè $\tau = (134)(2765)$, si ha:

$$H = \{id, \tau, \tau^2 = (143)(26)(75), \tau^3 = (2567),$$
$$\tau^4 = (134), \tau^5 = (143)(2765), \tau^6 = (26)(75), \tau^7 = (134)(2567),$$

$$\tau^8 = (143), \tau^9 = (2765), \tau^{10} = (134)(26)(75), \tau^{11} = (143)(2567)\}.$$

H non è normale, infatti, ad es.,

$$(18)(143)(18) = (384) \notin H.$$

3. Determinare se l'elemento $\alpha = (1, 0, 2)$ è un generatore di $GF(3^3)^*$.

È necessario fissare un polinomio irriducibile di terzo grado in $\mathbb{Z}_3[t]$. Nel caso è sufficiente trovare un polinomio irriducibile di terzo grado privo di radici in $\mathbb{Z}_3$: $\nu(t) = t^3 + t + 2$.
L'ordine di $GF(3^3)^*$ è 26, pertanto α sarà un generatore se $\alpha^2 \neq (1, 0, 0)$ e $\alpha^{13} \neq (1, 0, 0)$. ...