Dipartimento di Ingegneria
Corso di Laurea Ingegneria Informatica ed Elettronica
Appello di Matematica discreta / Geometria 2
del 15.06.2018

---

1. Discutere la diagonalizzabilità della seguente matrice al variare del parametro reale k.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

La matrice ha autovalori $\lambda = 1, 2, k$. Allora se $k \neq 1, 2$ essa è certamente diagonalizzabile e si diagonalizza come segue...
Se $k = 1$, (risp. $k = 2$) c'è un autovalore di molteplicità 2. Il caso va studiato in dettaglio...

2. Determinare in $\mathbb{R}^3$ il prodotto scalare "$*$" rispetto al quale i vettori

$$(1, -1, 0),\ (1, 0, 1),\ (0, -2, 1)$$

costituiscono una base ortonormale.
Calcolare il prodotto $(1, 2, 3) * (4, 0, -2)$.

Se $\mathcal{B} = \{(1, -1, 0),\ (1, 0, 1),\ (0, -2, 1)\}$, il prodotto scalare cercato è quello definito da

$$v * w = v_{\mathcal{B}} \cdot w_{\mathcal{B}},$$

ove $v_{\mathcal{B}} \cdot w_{\mathcal{B}}$ è il prodotto scalare usuale in $\mathbb{R}^3$ ...

3. In $GF(2^4)$ calcolare il periodo dell'elemento $\alpha = (1, 0, 1, 1)$.

Il gruppo moltiplicativo In $GF(2^4)^*$ ha ordine 15, quindi il periodo di α può solo essere $3, 5$ oppure $15 \ldots$

4. Provare la seguente proprietà delle congruenze in $\mathbb{Z}$

$$a \equiv_n b \quad \text{e} \quad a \equiv_m b \quad \Leftrightarrow \quad a \equiv_{m.c.m.(n,m)} b.$$

$$a \equiv_n b \Rightarrow n|(a-b) \quad \text{e} \quad a \equiv_m b \Rightarrow m|(a-b)$$

segue $nm|(a-b)$. Poichè $m.c.m.(n,m)|nm$, segue l'asserto. L'implicazione inversa è semplice.